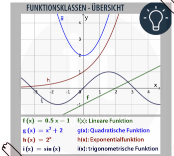
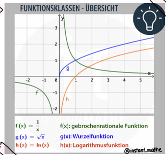
Analysis

Zusammenfassung der Integralrechnung

@lindasbasics

Funktionsklassen





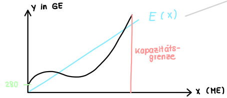
Anwendung Integralrechnung (Kostentheorie)

Variable Kosten → $K_v(x)$ ↳ Menge

Fixkosten → K_f

Gesamtkosten $K(x)$

$K(x) = 0{,}2x^3 - 12x^2 + 250x + 280$

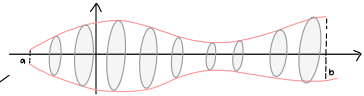


Gewinnfunktion E(x)

$G(x) = E(x) - K(x)$

$E(x) = p(x) \cdot x$

Rotationskörper



Volumen: $V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 \, dx$

Integrieren (Aufleiten)

	$f'(x)$	$f(x)$
Konstante Funktion	$f'(x) = 2$ $f'(x) = a$	$f(x) = 2x + C$ $f(x) = ax + C$
Potenz-funktion	$f'(x) = 3x^2$ $f'(x) = x^n$	$f(x) = x^3 + C$ $f(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$
e-Funktion	$f'(x) = e^x$ $f'(x) = e^{2x}$ $f'(x) = ae^{\square}$	$f(x) = e^x + C$ $f(x) = \frac{1}{2} e^x + C$ $f(x) = \frac{a}{\square} e^{\square} + C$
sin/cos-Funktion	$f'(x) = \cos(x)$ $f'(x) = 2\sin(4x)$	$f(x) = \sin(x) + C$ $f(x) = -\frac{1}{2}\cos(4x)$

ableiten

integrieren

sin(x) → cos(x) → −sin(x) → −cos(x) → sin(x)

Integrale und Flächeninhalte berechnen

HAUPTSATZ DER INTEGRALRECHNUNG

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Integrationsgrenze (a, b); Integral; Stammfunktion (F)

Beispiel: $\int_0^2 (8x^3 - 4x)\,dx$

Schritt 1: $[2x^4 - 2x^2]_0^2$

Schritt 2: $2 \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^2 - (2 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2)$

$= 24 - 0$

$= 24$

Aufgabe: Berechne den Flächeninhalt zwischen Schaubild und x-Achse im Intervall von I=[a;b]

1. Funktion auf NS prüfen
2. Teilintervalle festlegen
3. Flächeninhalt der Teilintervalle
4. Beträge der Integrale addieren und Gesamtflächeninhalt bestimmen

Erweiterte NEW-Regel

F	N	E	W			
f		N	E	W		
f'			N	E	W	
f''				N	E	W

N= Nullstelle

E= Extremstelle (Hoch/Tiefpunkt)

W= Wendestelle/Wendepunkt

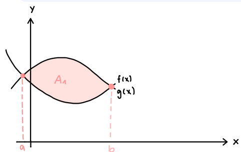
Anwendung: Grafisches Integrieren

Mittelwert von Funktionen

Der Mittelwert m (durchschnittliche Werte) einer Funktion f im Intervall [a ; b] wird berechnet mit:

$\rightarrow \bar{m} = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)\,dx$

Fläche zwischen Kurven/ Funktionen



Die Fläche zwischen zwei Kurven ist das Integral über die Differentialfunktion

$A = \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b g(x)\,dx = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$

Es ist egal, ob das obere Flächenstück unter oder auf der x-Achse liegt. Das Ergebnis ist immer korrekt wenn man die obere minus die untere rechnet. Um eventuelle Schnittstellen zu erkennen, muss man zunächst die Teilflächen getrennt berechnen.