Stochastik
ZUSAMMENFASSUNG

Begriffe erklären (Definition)

→ **Laplace - Experiment**
„ist ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit aller möglicher Ergebnisse gleich sind"
Bsp: Würfel, Münze, Kartenspiel $P(A) = \frac{|A|}{|S|}$

→ **Ergebnis**
„ein einzelner Ausgang eines Zufallsexperiment neißt Ergebnis"

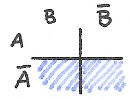
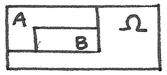
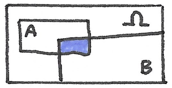
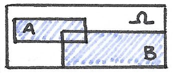
→ **Ergebnismenge** (Ω)
„Alle möglichen Ergebnisse befinden sich in d. Ergebnismenge im Ereignisraum" $S = \{\ \}$

→ **Gegenereignis**
„Gegenteil vom Ereignis" $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

→ **Ereignis**
„beliebige Teilmenge der Ergebnismenge"

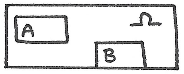
→ **Wahrscheinlichkeitsverteilung**
„gibt an, wie sich die wahrscheinlichkeiten auf die möglichen Werte einer Zufallsvariablen verteilen"

Grundwissen

$\bar{A}$	Das Gegenereignis	
$B \subseteq A$	Das Ereignis B zieht das Ereignis A nach sich. Immer wenn B eintritt, tritt auch A ein	
$A \cap B$	Ereignis A und B (A geschnitten mit B) (Schnittstellen)	
$A \cup B$	Das Ereignis A oder B (A vereinigt mit B)	

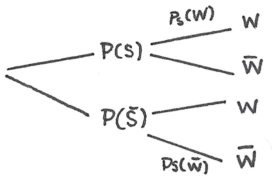
„AUSNAHME"

$A \cap B = \emptyset$ Die Ereignisse sind unvereinbar (disjunkt). A und B können nicht gleichzeitig eintreffen



Die bedingte Wahrscheinlichkeit

S: Schwindelgefühle $\bar{S}$: keine S.
W: weiblich $\bar{W}$: nicht w.

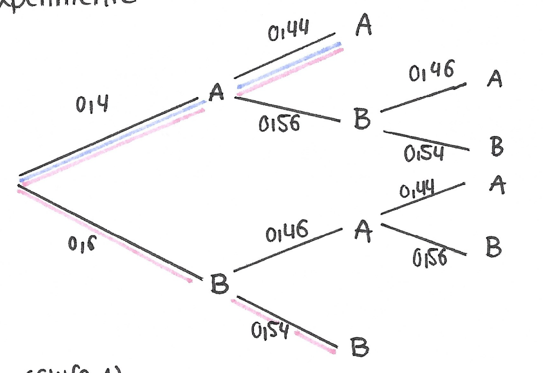


$P(S \cap W) = P(S) \cdot P_S(W)$
$P(S \cap \bar{W}) = P(S) \cdot P_S(\bar{W})$
$P(\bar{S} \cap W) = P(\bar{S}) \cdot P_{\bar{S}}(W)$
$P(\bar{S} \cap \bar{W}) = P(\bar{S}) \cdot P_{\bar{S}}(\bar{W})$

Formel: $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Baumdiagramme & Pfade

Für ein k-stufiges Zufallsexperiment stellt jedes Ergebnis genau einen Pfad dar. Jedes Ergebnis besteht aus den k Einzelergebnissen der Teilexperimente



→

1. Pfadregel (Produktregel)

Die Wahrscheinlichkeit eines Elementarereignisses in einem mehrstufigen Zufallsexperiment ist gleich seiner Pfadwahrscheinlichkeit

$P(\{A;A\}) = 0{,}4 \cdot 0{,}44 = 0{,}18$

... (Multiplikation entlang d. Pfades)

2. Pfadregel (Summenregel)

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist gleich der Summe aller Pfadwahrscheinlichkeiten seiner zugehörigen Elementarereignisse

$P(A) = P(\{A;A\}) + P(\{B;B\})$

$P(A) = 0{,}18 + 0{,}32 = 0{,}5$

(Addition)

Der Additionssatz

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Sind A & B unvereinbar (disjunkt), so ist $P(A \cap B) = 0$ somit gilt nur noch $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Beispiel: 100-S. Würfel $S = \{0, 1 \dots 98, 99\}$

A: gerade $P(A) = \frac{|A|}{|S|} = \frac{50}{100} = 0{,}5$

B: einstellig $P(B) = \frac{|B|}{|S|} = \frac{10}{100} = 0{,}1$

$P(A \cap B) = \frac{5}{100} = 0{,}05$

$P(A \cup B) = 0{,}5 + 0{,}1 - 0{,}05 = 0{,}55 = 55\%$

Stochastik

ZUSAMMENFASSUNG TEIL II

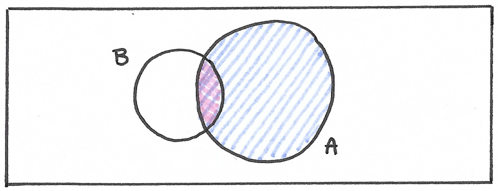
Vierfeldertafel

„Als Vierfeldertafel bezeichnet man die Anordnung einer Ergebnismengen-zerlegung"

	S	$\bar{S}$	
W	$P(S \cap W)$	$P(\bar{S} \cap W)$	$P(W) = ..$
$\bar{W}$	$P(S \cap \bar{W})$	$P(\bar{S} \cap \bar{W})$	$P(\bar{W}) = ...$
	$P(S) = ...$	$P(\bar{S}) = ...$	1

! Hier stehen keine bedingten W., aber man kann sie damit berechnen

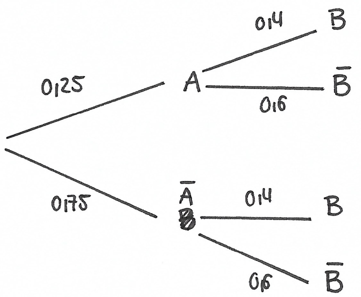
Anschaulich → bedingte Wahrscheinlichkeit



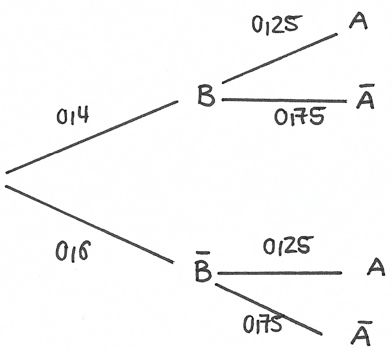
$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Unabhängigkeit

(z.B. mit zurücklegen)



⟹



Der Baum kann ohne weiteres gedreht werden, da die Ereignisse A und B nichts miteinander zu tun haben

→ man sagt A und B sind stochastisch unabhängig wenn gilt: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Kombinatorik

1. Produktregel

Zieht man aus k Mengen $M_1, M_2 .. M_k$ je ein Element kann man $|M_1| \cdot |M_2| \cdot ... |M_k|$ k-Tupel bilden, d.h so viele Ergebnisse sind möglich.

Insgesamt ergeben sich $n!$ Möglichkeiten ($n!$ → Fakultät) * Kasten

Bsp: Ordner, Bücher, Kreide, Kalender, Häppchen, Buch (6 Gegenstände

→ $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ Möglichkeiten

* TASCHENRECHNER
n (Anzahl) → shift → x^{-1}

* „Der Binomialkoeffizient „n über k" gibt an, wie viele verschiedene Möglichkeiten es gibt, aus einer Menge mit n Objekten k bestimmte Objekte zu ziehen

→ TASCHENRECHNER:
1.) Zahl (n) → shift
2.) ÷ Taste   nCk
3.) k eingeben

ZURÜCKLEGEN?

REIHENFOLGE WICHTIG?	MIT	OHNE
JA	n^k Möglichkeiten	$\frac{n!}{(n-k)!}$
NEIN	$\binom{n+k-1}{k}$	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$ *

MERKE: $\binom{n}{0} = 1$; $\binom{n}{1} = n$; $\binom{n}{n} = 1$

Abhängigkeit

ohne zurücklegen

Zwei Ereignisse A und B heißen stochastisch abhängig, wenn das Eintreten des einen Ereignisses die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des anderen Ereignisses beeinflusst.